Roll No. ....

Y – 449 / Y – 450 / Y – 451 / Y – 452 / Y – 453 / Y – 454 / Y – 455 (A)

B.Sc. (Third Year) (SPECIAL) EXAMINATION, August 2021

(SECOND CHANCE)

MATHEMATICS

Paper – I, II, III (A, B, C, D, E, F, G)

LINEAR ALGEBRA AND NUMERICAL ANALYSIS/REAL AND COMPLEX ANALYSIS/STATISTICS METHODS/DISCRETE MATHEMATICS/MECHANICS/MATHEMATICS MODELLING/ FINANCIAL MATHEMATICS

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 + 40 + 40 = 120 (For Regular Students) *Minimum Pass Marks : 33%*

Maximum Marks : 50 + 50 + 50 = 150 (For Private Students) *Minimum Pass Marks : 33%*

नोट- **खण्ड अ तथा ब अनिवार्य हैं। शेष खण्डों में से कोई एक खण्ड का उत्तर दीजिए।**
Section A & B are Compulsory. Attempt any one Section from remaining sections.

खण्ड-अ (Section-A) (Linear Algebra and Numerical Analysis)

1. दर्शाइये कि यदि W_1 एवं W_2 सदिश समष्टि $V(F)$ के सदिश उपसमष्टि है तो $W_1 \cap W_2$ भी $V(F)$ का सदिश उपसमष्टि होगा। 13/16

Show that if W_1 and W_2 are the intersection of any *two* subspaces of a vector space $V(F)$ then $W_1 \cap W_2$ is also a subspace of $V(F)$.

2. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक मूलों को ज्ञात कीजिए एवं संगत अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए। 13/17

Find the eigen values and corresponding eigen vector of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

3. गाऊस विलोपन विधि से निम्नलिखित समीकरण को हल कीजिए : 14/17

Solve the following equations by Gauss elimination method :

$$10x + y + 2z = 13$$
$$3x + 10y + z = 14$$
$$2x + 3y + 10z = 15.$$

खण्ड-ब (Section-B) (Real And Complex Analysis)

4. माना $f : [a, b] \to \mathrm{R}$ एक परिबद्ध फलन है। तब सिद्ध कीजिए कि $f \in \mathrm{R}[a, b]$ यदि और केवल यदि प्रत्येक $\varepsilon > 0$ के लिये $[a, b]$ का एक विभाजन P इस प्रकार विद्यमान है कि : 13/16

$$\mathrm{U}(\mathrm{P}, f) - \mathrm{L}(\mathrm{P}, f) < \varepsilon.$$

Let $f : [a, b] \to \mathrm{R}$ be a bounded function on $[a, b]$ then prove that $f \in \mathrm{R}[a, b]$ if and only if for every $\varepsilon > 0$ there exists a partition P of $[a, b]$ such that :

$$\mathrm{U}(\mathrm{P}, f) - \mathrm{L}(\mathrm{P}, f) < \varepsilon.$$

5. निम्न समाकल के अभिसारिता की विवेचना कीजिए : 13/17

$$\int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} \, dx.$$

Discuss the convergence of

$$\int_0^\infty x^{n-1} e^{-x} \, dx.$$

6. दिखाइए कि मूल बिन्दु पर फलन $f(z) = \sqrt{|xy|}$ वैश्लेषिक नहीं है, जबकि इस बिन्दु पर काशी–रीमान समीकरण सन्तुष्ट होती है। 14/17

Show that the function $f(z) = \sqrt{|xy|}$ is not analytic at the origin, although the Cauchy-Riemann equations are satisfied at that point.

खण्ड-स (Section-C) (Statistics methods)

7. दिखाइए कि n कोटि के द्विपद बंटन का मूल बिन्दु के परित: kवाँ आघूर्ण निम्न से प्राप्त होगा :

$$\mu'_r = \left(p \frac{\partial}{\partial p} \right)^k (p + q)^n .$$

अत: द्विपद बंटन का प्रसरण का मान ज्ञात कीजिए। 13/16

Show that the kth moment about the origin of the Binomial distribution of degree n is given by :

$$\mu'_r = \left(p \frac{\partial}{\partial p} \right)^k (p + q)^n .$$

Hence evaluate the variance of the Binomial distribution.

8. सिद्ध कीजिए कि पीयर्सन का सह-संबंध गुणांक का मान –1 और +1 के बीच रहता है। 13/17

Prove that Karl Pearson correlation coefficient lies between –1 and +1.

9. यदि $r_{12} = 0.80, r_{13} = -0.40, r_{23} = -0.56$ तो आंशिक सह-संबंध गुणांक $r_{12.3}, r_{13.2}, r_{23.1}$ और बहु सह-संबंध गुणांक $R_{1.23}$ ज्ञात कीजिए। 14/17

If $r_{12} = 0.80, r_{13} = -0.40, r_{23} = -0.56$, then find partial correlation coefficients $r_{12.3}, r_{13.2}, r_{23.1}$ and multiple correlation coefficient $R_{1.23}$.

खण्ड-द (Section-D) (Discrete Mathematics)

10. संयोजनीय प्रसामान्य रूप में व्यक्त कीजिए : 13/16

Express in conjunctive normal form :

$f(x, y, z) = (x' \cdot y + x \cdot y \cdot z' + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z' \cdot t + t')'$.

11. चार शीर्षों का एक पूर्ण आलेख बनाइए तथा इसमें स्थित सभी जनक वृक्ष को ज्ञात कीजिए। 13/17

Draw a complete graph of four vertices and find all spanning trees in this graph.

12. निम्नलिखित आसन्नता आव्यूह से निरूपित आलेख (ग्राफ) खींचिए : 14/17

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Draw the graphs represented by the following adjacency matrix :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

खण्ड-य (Section-E) (Mechanics)

13. दिखाइए कि किसी बल निकाय की शून्य रेखाओं में चार किसी अतिपरवलय की जनक रेखा होगी, जिनमें दो रेखाएँ एक के जनक तथा दूसरी दो दूसरे निकाय की जनक रेखाएँ होंगी। 13/16

Show that among the null lines of any system of forces four are generators of any Hyperboloid, two belonging to one system of generations and two of the other systems.

14. एक कण गुरुत्व के अन्तर्गत एक अवरोधी माध्यम जिसका अवरोध mk (वेग) के बराबर है, में क्षैतिज से α कोण पर u वेग से प्रेक्षिप्त किया जाता है। गति ज्ञात कीजिए। 13/17

A particle is projected under gravity and resistance equal to mk (velocity) with a velocity u at an angle α to the horizon to find the motion.

15. सूर्य की परिक्रमा करने वाले किसी ग्रह का महत्तम तथा न्यूनतम वेग क्रमश: 30 और 29.2 किमी. प्रति सेकण्ड है उसकी कक्षा की उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए। 14/17

The greatest and least velocities of a certain planet with orbit round of the Sun are 30 and 29.2 kilometer per second. Find the eccentricity of the orbit.

खण्ड-र (Section-F) (Mathematics Modelling)

16. निम्नलिखित को समझाइए : 13/16

(i) रेखीय वृद्धि एवं ह्रास (Decay) मॉडल्स।

(ii) ज्यामितीय समस्याएँ।

Explain the following :

(i) Linear Growth and Decay Models.

(ii) Geometrical Problems.

17. मॉडल 13/17

$$\frac{dN}{dt} = N(a - bP)$$

$$\frac{dP}{dt} = P(cN - d)$$

के साम्य बिन्दुओं की रेखिक स्थिरता का विश्लेषण कीजिए। जहाँ a, b, c, d धनात्मक अचर हैं।

Conduct linear stability analysis of equilibrium point of model :

$$\frac{dN}{dt} = N(a - bP)$$

$$\frac{dP}{dt} = P(cN - d)$$

where a, b, c, d are positive constants.

18. प्रायिकता सिद्धान्त में गणितीय मॉडलिंग को परिभाषित कीजिए। 14/17

Explain Mathematical Modelling in probability theory.

खण्ड-ल (Section-G) (Financial Mathematics)

19. वित्तीय प्रबन्धन की प्रकृति एवं क्षेत्र का वर्णन कीजिए। 13/16

Explain nature and scope of Financial Management in detail.

20. अनिश्चय की अवस्था में वापसी की गणना को समझाइए। 13/17

Explain measurement of returns under uncertainty situations.

21. जोखिम एवं अनिश्चय में अन्तर की विवेचना कीजिए। 14/17

Discuss difference between Risk and Uncertainty.