

Roll No. ....

**Y – 309 / Y– 310 / Y– 311 (A)**

**B.Sc. (Second Year) (SPECIAL) EXAMINATION, August 2021**

**(SECOND CHANCE)**

**MATHEMATICS**

Paper – I, II, III

**ABSTRACT ALGEBRA/ADVANCED CALCULUS/DIFFERENTIAL  
EQUATIONS**

*Time : Three Hours*

*Maximum Marks : 40 + 40 + 40 = 120 (For Regular Students) Minimum Pass Marks : 33%*

*Maximum Marks : 50 + 50 + 50 = 150 (For Private Students) Minimum Pass Marks : 33%*

**नोट-** सभी प्रश्न हल कीजिये।

Attempt *all* questions.

**खण्ड ( अ )**

**(Section A)**

1. किसी समूह  $G$  का एक उपसमूह  $H$  प्रसामान्य होता है यदि और केवल यदि  $xHx^{-1} = H, \forall x \in G$ . 13/16

A subgroup  $H$  of a group  $G$  is normal if and only if  $xHx^{-1} = H, \forall x \in G$ .

2. यदि  $G$  कोटि  $p^n$  का एक समूह है जहाँ  $p$  एक अभाज्य संख्या है तथा  $n$  एक धन पूर्णांक है। तब  $z(G) \neq (e)$ . 13/17

If  $G$  is a group of order  $p^n$  where  $p$  is a prime number and  $n$  is a positive integer, then  $z(G) \neq (e)$ .

3. एक वलय  $R$  शून्य भाजक रहित है यदि और केवल यदि  $R$  में निरसन नियम सत्य है। 14/17  
A ring  $R$  is without zero divisors if and only if the cancellation laws hold in  $R$ .

**खण्ड ( ब )**

**(Section B)**

4. (a) निम्नलिखित श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए— 6½/8

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$$

Test for convergence of the following series—

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$$

- (b) फलन  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  के लिए अन्तराल  $[2,4]$  में रोले प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

6½/8

Verify Rolle's theorem in the interval  $[2, 4]$  for the function  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ .

**P.T.O.**

5. (a) सिद्ध कीजिए कि

6½/8½

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^2} = 0$$

Prove that

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^2} = 0$$

- (b) यदि
- $u = e^{xyz}$
- , तो दर्शाइये कि
- $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} = (1 + 3xy + x^2 y^2 z^2) e^{xyz}$
- 6½/8½

If  $u = e^{xyz}$ , Then show that  $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} = (1 + 3xy + x^2 y^2 z^2) e^{xyz}$ 

6. (a) मूल्यांकन कीजिए।

7/8½

$$\int_0^2 \int_0^2 \int_0^1 x^2 y z \, dz \, dy \, dx$$

Evaluate

$$\int_0^2 \int_0^2 \int_0^1 x^2 y z \, dz \, dy \, dx$$

- (b) वृत्त
- $x^2 + y^2 = a^2$
- को
- $x$
- अक्ष के परितः घुमाने से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

7/8½

Find the volume of the solid generated by the revolution of the circle  $x^2 + y^2 = a^2$  about  $x$ -axis.

खण्ड ( स )

(Section C)

7. सिद्ध कीजिए कि :

13/16

$$P'_{n+1}(x) - P'_{n-1}(x) = (2n+1) P_n(x).$$

Prove that :

$$P'_{n+1}(x) - P'_{n-1}(x) = (2n+1) P_n(x).$$

- 8.
- $L(te^{-t} \sin^2 t)$
- का मान ज्ञात कीजिए।

13/17

Find the value of  $L(te^{-t} \sin^2 t)$ .

9. हल कीजिए :

14/17

$$4xyz = pq + 2px^2y + 2qxy^2.$$

Solve :

$$4xyz = pq + 2px^2y + 2qxy^2.$$