

Roll No.

Y – 173 / Y– 174 / Y– 175 (S)

B.Sc. (First Year) EXAMINATION, (Suppl./Second Chance) Sept.-2021

MATHEMATICS

Paper – I, II, III

**ALGEBRA AND TRIGONOMETRY/CALCULUS AND DIFFERENTIAL
EQUATIONS/VECTOR ANALYSIS AND GEOMETRY**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 + 40 + 40 = 120 (For Regular Students)

Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50 + 50 + 50 = 150 (For Private Students)

Minimum Pass Marks : 33%

नोट- सभी प्रश्न हल कीजिये।

Attempt *all* questions.

खण्ड (अ)

Section A

1. दो व्युत्क्रमणीय आव्यूहों P तथा Q को इस प्रकार ज्ञात कीजिये कि PAQ प्रसामान्य रूप में है, जहाँ—
13/16

Find two non-singular matrices P and Q such that PAQ is in the normal form, where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Also find the rank of the matrix A.

आव्यूह A की जाति भी ज्ञात कीजिये।

2. दर्शाइये कि आव्यूह A कैले-हेमिल्टन प्रमेय को सन्तुष्ट करता है। अतः A^{-1} भी ज्ञात कीजिये। जहाँ
13/17

Show that the following matrix A satisfies Cayley Hamilton theorem. Also find A^{-1} , where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

P.T.O.

3. यदि α, β, γ त्रिघाती समीकरण $x^3 - px^2 + qx - r = 0, r \neq 0$ के मूल हों तो वह समीकरण ज्ञात कीजिये जिसके मूल $\beta\gamma + \frac{1}{\alpha}, \gamma\alpha + \frac{1}{\beta}, \alpha\beta + \frac{1}{\gamma}$ हैं। 14/17

If α, β, γ be the roots of the cubic equation $x^3 - px^2 + qx - r = 0, r \neq 0$ form the equation whose roots are $\beta\gamma + \frac{1}{\alpha}, \gamma\alpha + \frac{1}{\beta}, \alpha\beta + \frac{1}{\gamma}$.

खण्ड (ब)

Section B

4. यदि $y = a \cos \log x + b \sin \log x$ तब सिद्ध कीजिये— 13/16

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0.$$

If $y = a \cos \log x + b \sin \log x$, then prove that

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0.$$

5. सिद्ध कीजिये कि साइक्लॉइड $x = a(t + \sin t), y = a(1 - \cos t)$ के किसी बिन्दु t पर वक्रता

त्रिज्या $\rho = 4a \cos \frac{t}{2}$ होती है। 13/17

Prove that the radius of curvature at any point t of the cycloid $x = a$

$(t + \sin t), y = a(1 - \cos t)$ is given by $\rho = 4a \cos \frac{t}{2}$.

6. $\int_0^{\pi/2} \log (\sin x) dx$ का मान ज्ञात कीजिये। 14/17

Evaluate—

$$\int_0^{\pi/2} \log (\sin x) dx$$

खण्ड (स)

Section C

7. सिद्ध कीजिये— 13/16

$$\text{curl} (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \text{ div } \vec{b} - \vec{b} \text{ div } \vec{a} + (\vec{b} \cdot \nabla) \vec{a} - (\vec{a} \cdot \nabla) \vec{b}$$

Prove that—

$$\text{curl} (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \text{ div } \vec{b} - \vec{b} \text{ div } \vec{a} + (\vec{b} \cdot \nabla) \vec{a} - (\vec{a} \cdot \nabla) \vec{b}$$

8. ज्ञात कीजिये— 13/17

$$\int_s (xi + yj + z^2k) \cdot \hat{n} dS$$

(3)

Y – 173 / Y– 174 / Y– 175 (S)

जहाँ S एक शंकु $x^2 + y^2 = z^2$ और एक तल $z = 1$ से घिरा हुआ एक आबद्ध पृष्ठ है।

Evaluate—

$$\int_S (xi + yj + z^2k) \cdot \hat{n} dS$$

Where S is the closed surface bounded by the cone $x^2 + y^2 = z^2$ and the plane $z = 1$.

9. शंकु, $17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$ का अनुरेखण कीजिये तथा इसकी नियतायें ज्ञात कीजिये। 14/17

Trace the conic $17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$ and find the equations of its directrix.