Roll No. ....

Y – 1443

B.Sc. (Second Semester) (ATKT) EXAMINATION, June 2021

(LAST CHANCE)

MATHEMATICS

ADVANCED CALCULUS DIFFERENTIAL EQUANCED VECTOR CALCULUS

Time : Three Hours

Maximum Marks : 127 *Minimum Pass Marks : 34*

नोट- **सभी** प्रश्न हल कीजिये।

Attempt *all* questions.

इकाई-I/ Unit-I

1. (i) मैकलोरिन प्रमेय द्वारा फलन $e^{\sin x}$ का विस्तार पहले पाँच पदों तक कीजिए।

Find the first five terms in the expansion of $e^{\sin x}$ by Maclaurin's Theorems.

(ii) वक्र $y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 8y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$ की अनन्त स्पर्शियों को ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the given curve

$y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 8y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

इकाई-II/ Unit-II

2. (i) यदि $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^2+y^2}{x-y}\right)$ तब सिद्ध कीजिए—

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}\sin 2u$$

If $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^2+y^2}{x-y}\right)$ then prove that

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2}\sin 2u$$

(ii) मान ज्ञात कीजिए–

$$\int_1^e \int_0^{\log y} \int_1^{e^x} \log z \, dydxdz .$$

Evaluate—

$$\int_1^e \int_0^{\log y} \int_1^{e^x} \log z \, dydxdz .$$

P.T.O.

इकाई-III/ Unit-III

3. (i) हल कीजिए–

$$(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0$$

Solve–

$$(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2ydy = 0$$

(ii) हल कीजिए–

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{5x}$$

Solve–

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^{5x}$$

इकाई-IV/ Unit-IV

4. (i) हल कीजिए–

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 5x\frac{dy}{dx} + 4y = x\log x$$

Solve –

$$x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 5x\frac{dy}{dx} + 4y = x\log x$$

(ii) प्राचल विचरण की विधि द्वारा हल कीजिए–

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax\,.$$

Solve by method of variation of parameter–

$$\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax\,.$$

इकाई-V/ Unit-V

5. (i) यदि $\overline{r}$ किसी बिन्दु का स्थिर सदिश है तथा r उसका मापांक है तो दर्शाइए कि

$$\text{div}\,(r^n r) = (n + 3)r^n.$$

If $\overline{r}$ and r have their usual meaning show that–

$$\text{div}\,(r^n r) = (n + 3)r^n.$$

(ii) $F = y\hat{i} + z\hat{j} + n\hat{k}$ के लिए स्टॉक प्रमेय का सत्यापन कीजिए जहाँ सतह S समतल xy में गोला $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का अपर्य भाग है।

Verify Stock's theorem where $F = y\hat{i} + z\hat{j} + n\hat{k}$ and surface S is the part of sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ above the xy-plane.