

W-429(S)/W-430(S)/W-431(A,B,C,D,E) (S)

B.A./B.Sc. (Third Year) (Supplementary)

Examination, September-2020

MATHEMATICS

Paper - I, II & III

Linear Algebra and Numerical Analysis / Real and Complex Analysis

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40+40+40=120 (For Regular Students) Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50+50+50=150 (For Private Students) Minimum Pass Marks : 33%

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

Note : Attempt all questions.

खण्ड-अ / Section-A

Q.1. Every linearly independent subset of a finitely generated vector space $V(F)$ forms a part of a basis of V . 13/16

किसी परिमिततः जनित समष्टि $V(F)$ का प्रत्येक रैखिकतः स्वतन्त्र उपसमुच्चय V के एक आधार का एक भाग होता है।

Q.2. Let U and V be vector spaces over the field F , and let T be a linear transformation from U into V . Suppose that $U(F)$ is finite dimensional. Then prove that $\text{rank}(T) + \text{nullity}(T) = \dim U$. 13/17

मानलो क्षेत्र F पर U और V दो सदिश समष्टियाँ हैं तथा मान लो T, U से V में एक रैखिक रूपान्तरण है। मानलो कि U परिमित विमीय है, तब जाति $(T) + \text{शून्यता}(T) = \text{विमा } U$

Q.3. If $B = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ is any finite ortho normal set in an inner product space V and if

$$\beta \in V \text{ then } \sum_{i=1}^n |(\beta, \alpha_i)|^2 \leq \|\beta\|^2 \quad 14/17$$

यदि $B = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ एक आन्तर गुणन समष्टि V में कोई परिमित प्रसामान्य लाम्बिक समुच्चय है और

$$\text{यदि } \beta \in V \text{ तब } \sum_{i=1}^n |(\beta, \alpha_i)|^2 \leq \|\beta\|^2$$

खण्ड-ब / Section-B

Q.1. Prove that every continuous function is Riemann integrable. 13/16

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक संतत फलन रीमान् समाकलनीय होता है।

Q.2. Test the convergence of the integral $\int_0^\infty \frac{\cos x}{1+x^2} dx$ 13/17

समाकल $\int_0^\infty \frac{\cos x}{1+x^2} dx$ की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए।

Q.3. Let R be a set of real numbers and $d: R \times R \rightarrow R$ be defined as follows: 14/17

$$d(x, y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|}, \forall x, y \in R \text{ then } d \text{ is a metric on } R.$$

माना R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा $d: R \times R \rightarrow R$ निम्न प्रकार से परिभाषित है।

$$d(x, y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|}, \forall x, y \in R \text{ तो } d \text{ एक दूरीक है } R \text{ पर.}$$

P.T.O.

खण्ड-स / Section-C

नोट : किसी एक पेपर को हल कीजिए।

Note : Attempt any one paper.

Statistics Methods (Paper-A)

- Q.1. निम्नलिखित आँकड़ों से मधिका ज्ञात कीजिए : 13/16
- | | | | | | | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| वर्ग | 11-15 | 16-20 | 21-25 | 26-30 | 31-35 | 36-40 |
| आवृत्ति | 3 | 5 | 6 | 9 | 10 | 7 |
- Find Median from the following data :
- | | | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Class : | 11-15 | 16-20 | 21-25 | 26-30 | 31-35 | 36-40 |
| Frequency : | 3 | 5 | 6 | 9 | 10 | 7 |
- Q.2. बेज-प्रमेय का कथन लिखिए तथा इसे सिद्ध कीजिए। 13/17
State and prove Baye's theorem.
- Q.3. यदि $\beta_1 = \frac{1}{36}$ तथा $\beta_2 = \frac{35}{12}$ हो तो संगत द्विपद बंटन ज्ञात कीजिए। 14/17
If $\beta_1 = \frac{1}{36}$ and $\beta_2 = \frac{35}{12}$, then find the corresponding binomial distribution.

Discrete Mathematics (Paper-B)

- Q.1. निम्न बूलीय फलनों का संयोजनीय प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए। 13/16
- i) $F(x, y, z) = x' \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z'$
- ii) $F(x, y, z) = [x + (x' + y)]' \cdot [x + (y' \cdot z)']$
- Change the following Boolean function to disjunctive normal form
- i) $F(x, y, z) = x' \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z'$
- ii) $F(x, y, z) = [x + (x' + y)]' \cdot [x + (y' \cdot z)']$
- Q.2. मानलो N धन पूर्णाकों का समुच्चय है सिद्ध कीजिए कि N पर सम्बन्ध \leq , जहाँ \leq का प्रचलित अर्थ है, एक अशतः क्रम सम्बन्ध है। 13/17
Let N be the set of partial integers. Prove that the relation \leq , where \leq has its usual meaning, is a partial order relation on N.
- Q.3. एक आलेख G में सभी शीर्षों के घातकों का योग G में कोरों की संख्या के दुगने के बराबर होता है। 14/17
The sum of the degrees of all vertices in a graph G is equal to twice the number of edges in G.

Mechanics (Paper-C)

- Q.1. सरल रेखाओं $x + y = 1, y - x = 1$ तथा $y = 2$ से बने त्रिभुज की भुजाओं पर क्रमशः बल P, Q, R क्रिया करते हो उनके परीणामी बल की क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। 13/16
Three forces P, Q, R act along the sides of the triangle formed by the lines $x + y = 1, y - x = 1, y = 2$
- Q.2. तीन बल क्रमशः सरलरेखाओं $x = 0, y - \tau = a; y = 0, \tau - x = a; \tau = 0, x - y = a$ के अनुदिश क्रिया करते हैं दिखाइये कि उन्हें एक बल युग्म के मुल्य लघुकृत नहीं किया जा सकता। 13/17
Three forces act along the straight line $x = 0, y - \tau = a; y = 0, \tau - x = a; \tau = 0, x - y = a$. Show that they cannot be reduced to single couple.
- Q.3. एक समतलीय वक्र पर कोई कण गतिमान है। यदि पूरी गति के समय उसके स्पर्शी तथा अभिलाम्बिक त्वरण अचर हैं। तब दिखाइये कि t समय में उसकी स्पर्शा रेखा द्वारा घूमा गया कोण ϕ निम्नलिखित समीकरण द्वारा प्राप्त होगा। $\phi = A \log(1+Bt)$ 14/17
A particle is describing a plane curve. If the tangential and normal accelerations one each constant through the motion. Prove that the angle ϕ , through which the direction of motion turns in time t, is given by $\phi = A \log(1+Bt)$.

Contd...

Mathematics Modelling (Paper-D)

Q.1. जैव विज्ञान में गणित के योगदान का वर्णन कीजिए। 13/16
Explain role of mathematics in Bioscience.

Q.2. मॉडल 13/17

$$\frac{dx}{dt} = r_1 x \left(1 - \frac{x}{k_1} \right)$$

$$\frac{dy}{dt} = r_2 y \left(1 - \frac{y}{k_2} \right)$$

के क्रांतिक बिंदु (k_1, k_2) की प्रवृत्ति तथा स्थिरता का वर्णन कीजिये

Determine nature and stability of critical point (k_1, k_2) for the following model

$$\frac{dx}{dt} = r_1 x \left(1 - \frac{x}{k_1} \right)$$

$$\frac{dy}{dt} = r_2 y \left(1 - \frac{y}{k_2} \right)$$

Q.3. कम्पटीशन मॉडल की रैखिक स्थिरता का विस्तृत में वर्णन कीजिये। 14/17
Explain in detail the stability analysis on competition model.

Financial Mathematics (Paper-E)

Q.1. वित्तीय प्रबंधन को परिभाषित करते हुए इसकी प्रकृति की व्याख्या कीजिए। 13/16
Define financial management and explain its nature briefly.

Q.2. 16,000 रु. का 5% वार्षिक दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज की गणना कीजिए। 13/17
Calculate the compound interest of Rs. 16,000 for 2 years at 5% per annum rate of interest.

Q.3. वापसी की आंतरिक दर की गणना की संख्यात्मक विधियों की व्याख्या कीजिए। 14/17
Explain numerical methods to calculate internal rate of return.

