

V – 592–S/593–S/596–S
B. Sc. (Third Year) (Suppl.)
EXAMINATION, 2019

DISTANCE MODE
MATHEMATICS

Time : Three Hours

Maximum Marks : 120

Minimum Pass Marks : 33%

नोट- सभी प्रश्न करना अनिवार्य है।

Attempt *all* questions.

खण्ड-अ/Section-A (ANALYSIS)

1. (a) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक संतत फलन रीमान समाकलनीय होता है। 7
Prove that every continuous function defined on $[a, b]$ is Riemann integrable.
- (b) मान लो $f(x, y) = \sqrt{x^4 + y^4 + 1}$, तो $f_x(1, 2)$ और $f_y(1, 2)$ का मूल्यांकन कीजिए। 7
Let $f(x, y) = \sqrt{x^4 + y^4 + 1}$, then evaluate $f_x(1, 2)$ and $f_y(1, 2)$.
2. (a) विश्लेषक फलन के लिए कौशी रीमान समीकरण प्राप्त कीजिए। 6.5
Obtain Cauchy Riemann equation for analytic function.
- (b) दर्शाइये कि फलन $u = x^3 - 3xy^2$ हार्मोनिक है तथा संगत विश्लेषिक फलन को ज्ञात कीजिए कि यह वास्तविक भाग है। 6.5
Show that the function $u = x^3 - 3xy^2$ is harmonic and find the corresponding analytic function of this as the real parts.
3. (a) किसी दूरीक समिष्ट में, प्रत्येक विवृत गोलक एक विवृत समुच्चय होता है। 6.5
In a metric space every open sphere is an open set.
- (b) दूरीक समिष्ट में प्रत्येक कौशी अनुक्रम परिबद्ध होता है। 6.5
Every Cauchy sequence in a metric space is bounded.

खण्ड-ब/Section-B (ABSTRACT ALGEBRA)

4. (a) सिद्ध कीजिए कि समूह G का केन्द्र Z , G का प्रसामान्य उपसमूह होता है। 7
Prove that the center Z of a group G is a normal subgroup of G .
- (b) परिमित आबेली समूह के लिए कौशी प्रमेय लिखकर सिद्ध कीजिए। 7
State and prove Cauchy's theorem for finite abelian group.
5. (a) सिद्ध कीजिए कि वलय R से वलय R' में समाकारिता f एक तुल्याकारिता होगी यदि और केवल यदि अष्टि $f) = \{0\}$. 6.5
Prove that a homomorphism f from a ring R onto a ring R' is an isomorphism if and only if $\text{Ker}(f) = \{0\}$.

- (b) सिद्ध कीजिए कि समस्त पूर्णाकों का वलय एक यूक्लिडीय वलय होता है। 6.5
 Prove that the ring of all integers is an Euclidean ring.
6. (a) सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ का एक आधार होता है। 6.5
 Prove that there exists a basis for each finite dimensional vector space.
- (b) यदि W_1 और W_2 एक परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ की दो उपसमष्टियाँ हों तो सिद्ध कीजिए कि- 6.5

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$$

If W_1 and W_2 are two subspaces of a finite dimensional vector space $V(F)$ then prove that-

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$$

खण्ड-स/Section-C (STATISTICAL METHODS)

7. (a) सिद्ध करो कि मानक विचलन मूलबिंदु से स्वतंत्र होता है परंतु मापनी से नहीं। 7
 Show that standard deviation is free from origin but not free from scale.
- (b) किसी बारंबारता बंटन के लिये सिद्ध करो कि- 7

$$\beta_{12} \geq 1$$

Show that for any frequency distribution-

$$\beta_{12} \geq 1$$

8. (a) A किसी निशाने को 5 में से 4 बार लगा सकता है, B 4 में से 3 बार और C, 3 में से 2 बार। वे एक साथ निशाना लगाते हैं बताओ कम से कम दो व्यक्तियों द्वारा निशाना लगाये जाने की प्रायिकता क्या होगी ? 6.5
 A can hit the target 4 times in 5 shots, B, 3 times in 4 shots and C, 2 times in 3 shots. If they all hit find the chance that atleast two hit.
- (b) यदि X और Y दो स्वतंत्र चर हैं तब सिद्ध करो कि- 6.5

$$E(XY) = E(X) E(Y)$$

If X and Y are two independent variable then show that-

$$E(XY) = E(X) E(Y)$$

9. (a) द्विपद बंटन का माध्य तथा प्रसरण ज्ञात कीजिये। 6.5
 Find mean and variance at binomial distribution.
- (b) सिद्ध करो कि प्वायसन बंटन, द्विपद बंटन का सीमान्त रूप है। 6.5
 Show that Poisson distribution is limiting form of binomial distribution.